

Modelación de la volatilidad condicional mediante la distribución Kumaraswamy-Laplace: una innovación al modelo GARCH para la optimización del VaR en los mercados Brent y WTI

Trujillo-Arévalo, F.*

Información del Artículo

Recibido: 10 de enero, 2026
Aceptado: 12 de abril, 2026

Palabras clave: modelos GARCH, distribución Kumaraswamy-Laplace, optimización híbrida, Valor en Riesgo (VaR), criterios de Basilea, mercados energéticos

Resumen

La modelación precisa de la volatilidad y la correcta cuantificación del riesgo de cola en los mercados de materias primas energéticas, específicamente en los marcadores West Texas Intermediate (WTI) y Brent Blend, representan un desafío crítico para la ingeniería financiera y la práctica actuarial debido a la presencia endógena de hechos estilizados como el agrupamiento de volatilidad (volatility clustering), asimetría estructural y leptocurtosis extrema. Este artículo introduce una arquitectura dinámica parsimoniosa mediante la integración de la distribución Kumaraswamy-Laplace (KumaraswamyLaplace Distribution, KLD) como función de densidad para las innovaciones de un proceso autorregresivo condicionalmente heterocedástico GARCH(1, 1). El enfoque propuesto extiende las propiedades de la KLD al dominio temporal, consolidando un modelo capaz de capturar de forma simultánea la concentración de masa probabilística central y la densidad ultra-pesada en las regiones de soporte extremo de las series temporales contemporáneas (2016-2026). La estimación y calibración conjunta de los parámetros dinámicos y distribucionales se realiza a través del método de Máxima Verosimilitud (Maximum Likelihood Estimation, MLE) mediante optimización híbrida que combina la robustez global del algoritmo metaheurístico de Evolución Diferencial (Differential Evolution) con la convergencia asintótica local del método acotado L-BFGS-B. Los vectores de parámetros óptimos resultantes sirven de fundamento para la evaluación ex-post de la arquitectura mediante el cálculo del Valor en Riesgo (VaR) al 99 %. La robustez predictiva se valida mediante las pruebas de cobertura condicional e independencia de Christoffersen y el esquema normativo de semaforización del Comité de Supervisión Bancaria de Basilea. Los resultados demuestran la superioridad estadística y la eficiencia muestral del modelo GARCH-KLD frente a las especificaciones tradicionales gaussianas y de Laplace estándar, mitigando la subestimación sistemática del riesgo ante eventos extremos de alto impacto.

— Palabras clave: Modelos GARCH, Distribución Kumaraswamy-Laplace, Optimización Híbrida, Valor en Riesgo (VaR), Criterios de Basilea, Mercados Energéticos.

1. Introducción

La modelación precisa de la volatilidad y la consecuente cuantificación del riesgo de cola en las series de rendimientos financieros constituyen uno de los desafíos más persistentes y críticos en el ámbito de las finanzas cuantitativas contemporáneas y la práctica actuarial. Históricamente, desde la publicación de los trabajos seminales de Black y Scholes [1] y Merton [2], la arquitectura del sistema financiero global ha operado bajo el supuesto de normalidad gaussiana como el estándar estadístico de facto. Este paradigma se ha fundamentado en la elegancia matemática de la distribución normal, la cual facilita la inferencia analítica bajo la premisa de que los rendimientos logarítmicos de los activos se comportan como trayectorias continuas gobernadas por un movimiento browniano geométrico.

Sin embargo, la hegemonía del supuesto gaussiano ha sido cuestionada de manera sistemática por la evidencia empírica acumulada en los mercados de materias primas energéticas, particularmente en los marcadores de crudo de referencia internacional West Texas Intermediate (WTI) y Brent Blend. Como demostraron de forma pionera Mandelbrot [3] y Fama [4], y posteriormente formalizó Cont [5], los rendimientos reales de los activos financieros exhiben de manera intrínseca "hechos estilizados" no lineales. Entre estos fenómenos destacan la asimetría persistente, la heterocedasticidad condicional y una marcada leptocurtosis extrema o presencia de colas pesadas (heavy tails). En el mercado energético, estas anomalías estadísticas se exacerban debido a la alta sensibilidad de los precios ante choques macroeconómicos, decisiones de la OPEP + y tensiones geopolíticas, lo que deriva en fluctuaciones abruptas que la distribución normal es incapaz de capturar. Subestimar la magnitud y frecuencia de estos eventos de "cisne negro" [6] induce a un error estructural en los modelos de valuación y a una subestimación severa del riesgo sistémico, como quedó en evidencia durante los episodios de volatilidad extrema observados en el periodo 2020-2026.

Para mitigar las deficiencias del enfoque clásico, la econometría financiera evolucionó hacia el modelado dinámico de la varianza condicional a través de los modelos de la familia ARCH y GARCH introducidos por Engle [7] y Bollerslev [8]. Si bien estas estructuras autorregresivas logran aislar el agrupamiento de volatilidad (volatility clustering), su capacidad para capturar el riesgo de cola residual depende críticamente de la función de densidad condicional asumida para las innovaciones del sistema [9]. La práctica común de emplear especificaciones gaussianas dentro de procesos GARCH sigue resultando insuficiente para describir por completo la curtosis remanente en activos energéticos estratégicos. Ante esta limitación, se ha explorado el uso de la familia de distribuciones de Laplace y sus generalizaciones asimétricas [10], [11], [12], las cuales ofrecen un decaimiento exponencial simple capaz de modelar de forma más eficiente el pico agudo de la masa probabilística central y el peso de los extremos en comparación con la curva normal.

En este contexto, la frontera de la estadística robusta ha incorporado la distribución Kumaraswamy-Laplace (KLD) como una alternativa flexible y altamente parsimoniosa. Con base en la evidencia empírica aportada por Pokharel et al. [13], quienes demostraron la superioridad de la KLD para modelar el comportamiento estático de retornos bursátiles gracias a la inclusión de parámetros de forma adicionales, esta investigación extiende dicho análisis al dominio dinámico temporal.

El presente artículo propone el desarrollo, calibración y validación ex-post de un modelo híbrido GARCH(1, 1)-KLD aplicado a las series temporales de rendimientos del WTI y Brent. El aporte central radica en la formulación de una arquitectura en tiempo discreto donde las innovaciones del proceso autorregresivo condicional son gobernadas por la ley de probabilidad Kumaraswamy-Laplace. La calibración conjunta de los parámetros dinámicos de la varianza y los parámetros de forma distribucionales se aborda mediante un procesamiento de datos de optimización híbrida, acoplando la exploración global estocástica del algoritmo de Evolución Diferencial [14] con la optimización local gradiente L-BFGSB [15]. Finalmente, la robustez predictiva de este enfoque se evalúa bajo los estándares regulatorios internacionales de Basilea III/IV [16] mediante el cálculo del Valor en Riesgo (VaR) al 99 % y la ejecución de pruebas de cobertura condicional de Christoffersen [17]. A través de este análisis empírico, se demuestra que la flexibilidad paramétrica de la arquitectura híbrida

GARCH-KLD no solo optimiza el ajuste estadístico de las series, sino que ofrece una solución computacionalmente eficiente y matemáticamente rigurosa para la gestión predictiva de riesgos ante choques de gran magnitud en los mercados energéticos globales.

2. Planteamiento del Problema

El paradigma hegemónico en la ingeniería financiera y la gestión de riesgos se ha edificado tradicionalmente sobre supuestos de equilibrio continuo y linealidad probabilística. El modelo clásico de Black-Scholes [1] introdujo una simplificación estructural al asumir que los rendimientos logarítmicos de los activos financieros se distribuyen de acuerdo con una ley normal o gaussiana. No obstante, esta presunción metodológica colisiona directamente con la naturaleza estocástica e intrínsecamente compleja de los mercados de materias primas energéticas, como el West Texas Intermediate (WTI) y el Brent Blend, donde la volatilidad no es constante a lo largo del tiempo y los eventos extremos ocurren con una frecuencia y magnitud significativamente superiores a las previstas por la teoría clásica.

El problema central radica en la incapacidad fundamental de la distribución normal para capturar y modelar adecuadamente los momentos estadísticos de orden superior: el sesgo (γ_1) y la curtosis (γ_2). Mientras que el supuesto gaussiano prescribe una simetría perfecta y un coeficiente de curtosis rígido e igual a tres ($\gamma_2 = 3$), las series históricas empíricas de los marcadores WTI y Brent revelan una estructura de leptocurtosis extrema. Como determinaron Mandelbrot [3] y Cont [5], los rendimientos reales de los commodities energéticos exhiben el fenómeno de colas pesadas o decaimiento subexponencial (heavy tails). Esto significa que la densidad de probabilidad en las regiones de soporte extremo es sustancialmente mayor que la estimada por una curva normal, provocando que el decaimiento cuadrático gaussiano subestime sistemáticamente la probabilidad de colapsos repentinos o expansiones abruptas de precios, eventos exacerbados en el sector petrolero por choques geopolíticos, cuotas de producción de la OPEP+ y crisis de liquidez global.

Esta brecha persistente entre el supuesto teórico y la realidad empírica se manifiesta en deficiencias metodológicas y operativas críticas que definen la problemática de esta investigación:

En primer lugar, existe una subestimación sistemática y severa del riesgo de cola en el cálculo del Valor en Riesgo (VaR). Los modelos basados en la normalidad reportan umbrales de pérdida máxima probable significativamente inferiores a los quebrantos reales observados durante periodos de estrés de mercado, tales como el colapso histórico de precios del año 2020 y las distorsiones de oferta registradas entre 2024 y 2026. Esta deficiencia regulatoria expone a las instituciones financieras y firmas del sector energético a escenarios de descapitalización ante la ocurrencia de eventos de cisne negro"[6].

En segundo lugar, la problemática trasciende hacia la dinámica temporal y la modelación conjunta de la varianza. Si bien la econometría en tiempo discreto mitiga el fenómeno de agrupamiento de volatilidad (volatility clustering) mediante la implementación de estructuras de la familia GARCH [8], [9], la eficacia predictiva de estas arquitecturas autorregresivas depende de forma crítica de la función de densidad condicional asignada a las innovaciones o residuos del sistema. La práctica convencional de acoplar un proceso GARCH con una dis-

tribución normal o incluso con especificaciones estándar de colas pesadas (como la t-Student o la distribución generalizada de errores) no logra absorber por completo la leptocurtosis remanente y la asimetría severa que caracteriza al crudo internacional, derivando en un ajuste subóptimo y en un sesgo predictivo no lineal [18].

La ausencia de funciones de densidad condicionales que posean la flexibilidad matemática suficiente para distorsionar simultáneamente la curtosis central y el grosor asimétrico de las colas, manteniendo a la vez una forma analítica cerrada y computacionalmente eficiente, constituye una debilidad crítica en la modelación del riesgo financiero contemporáneo.

Ante este escenario restrictivo, surge la siguiente pregunta de investigación: ¿En qué medida el desarrollo de un modelo híbrido basado en la integración de la distribución Kumaraswamy-Laplace dentro de una arquitectura GARCH(1, 1) optimiza la precisión en la captura de la leptocurtosis condicional y mitiga la subestimación del Valor en Riesgo extremo en los mercados de crudo WTI y Brent?

El problema que aborda de manera directa esta investigación es la formulación matemática, calibración empírica y validación predictiva de la arquitectura híbrida GARCH-KLD. Se busca demostrar que la transición hacia una función de innovación gobernada por la ley Kumaraswamy-Laplace, potenciada por la flexibilidad de sus parámetros de forma adicionales [13], permite modelar la complejidad estructural y la dinámica de riesgo de los mercados energéticos sin recurrir a especificaciones continuas sobreparametrizadas. Con ello, se provee una herramienta técnica parsimoniosa, numéricamente robusta y adaptada a las exigencias normativas vigentes para la gestión del riesgo de mercado bajo escenarios extremos.

3. Justificación de la Investigación

La presente investigación se fundamenta en la necesidad crítica y apremiante de actualizar los modelos de gestión de riesgos y cuantificación de capital regulatorio frente a la compleja dinámica de volatilidad y colas pesadas observada en los mercados contemporáneos de activos energéticos. A pesar de que el marco analítico tradicional derivado de Black-Scholes [1] ha fungido como la piedra angular de la ingeniería financiera global, su dependencia dogmática del supuesto de normalidad gaussiana representa una vulnerabilidad estructural en la arquitectura financiera moderna. Esta debilidad se agudiza en el mercado de materias primas de alta sensibilidad macroeconómica, donde las fluctuaciones extremas de precios invalidan la hipótesis de un entorno continuo y lineal.

La evidencia empírica acumulada en el ecosistema financiero contemporáneo, particularmente durante los choques de volatilidad extrema registrados en el periodo de análisis 2016-2026, demuestra de forma concluyente que los rendimientos logarítmicos del West Texas Intermediate (WTI) y del Brent Blend violan de manera sistemática los supuestos de simetría y curtosis mesocúrtica. Sostener la presunción gaussiana en la práctica actuarial contemporánea induce a un sesgo metodológico que subestima severamente el riesgo sistémico y distorsiona la fijación de precios en los mercados de cobertura. Frente a esto, ciertas corrientes teóricas han propuesto modelos de volatilidad estocástica en tiempo continuo o difusiones con componentes de salto. Sin embargo, estas formulaciones suelen adolecer de una excesiva carga paramétrica, problemas de no-convergencia analítica y una alta comple-

alidad computacional en sus esquemas de calibración que limitan su aplicabilidad operativa y su replicabilidad en tiempo real dentro de las mesas de dinero y departamentos de administración de riesgos.

Frente a dichas limitaciones, la adopción de la familia de distribuciones de Laplace y su reciente generalización adaptativa mediante la distribución Kumaraswamy-Laplace (KLD) [13] emerge como una alternativa paramétrica de alta eficiencia. Al integrar la ley probabilística KLD como la función de densidad condicional para las innovaciones de un proceso GARCH(1, 1), esta investigación transita de un enfoque estático y rígido a una arquitectura dinámica parsimoniosa. Este modelo híbrido captura simultáneamente el comportamiento de la volatilidad cambiante en el tiempo y la leptocurtosis condicional extrema, absorbiendo de forma endógena las asimetrías y los choques abruptos en las colas sin la necesidad de incorporar variables estocásticas latentes sobreparametrizadas.

La relevancia y trascendencia de este estudio se justifican desde tres dimensiones analíticas fundamentales. En primer lugar, bajo la Dimensión Actuarial y Regulatoria (Basilea III/IV) y desde la perspectiva de la supervisión bancaria internacional [16], la correcta calibración de los modelos internos para el cálculo del Valor en Riesgo (VaR) al 99 % determina el requerimiento de capital mínimo por riesgo de mercado que las instituciones deben mantener. La optimización del ajuste en las colas mediante el proceso GARCH-KLD impacta de forma directa en la resiliencia financiera de las firmas al mitigar el número de excepciones detectadas en las pruebas de cobertura condicional [17], lo que evita la imposición de factores multiplicadores de penalización bajo el esquema de semaforización de Basilea y optimiza la asignación de capital institucional ante escenarios de estrés.

En segundo lugar, dentro de la Dimensión Econométrica y Eficiencia Computacional, al operar estrictamente en tiempo discreto, el modelo propuesto preserva las ventajas de la parsimonia estadística. La calibración mediante el proceso híbrido de optimización (Differential Evolution acoplado con L-BFGS-B) [14], [15] garantiza la convergencia hacia el óptimo global de la función de log-verosimilitud no convexa de la KLD, lo que provee una herramienta de estimación numéricamente robusta, analíticamente trazable y con una latencia computacional significativamente menor que las metodologías tradicionales de simulación continua.

Finalmente, la Dimensión de Inteligencia Artificial y Resiliencia Algorítmica cobra especial relevancia en un entorno financiero global automatizado, donde la toma de decisiones y el trading de alta frecuencia están regidos por algoritmos de aprendizaje automático (Machine Learning) y redes neuronales profundas [19]; en este contexto, el uso de supuestos estocásticos erróneos puede catalizar colapsos sistémicos rápidos por efectos de retroalimentación algorítmica. De este modo, esta investigación contribuye al campo de la IA aplicada al proveer un modelo estadístico paramétrico riguroso que sirve como fundamentación matemática esencial para el preprocesamiento de datos, el diseño de funciones de pérdida probabilísticas o la inicialización de arquitecturas de aprendizaje profundo enfocadas en el pronóstico de la volatilidad de series temporales [20], asegurando que los modelos predictivos de Inteligencia Artificial operen sobre cimientos de probabilidad financieros consistentes con la realidad empírica del mercado.

4. Objetivos del Artículo

4.1. Objetivo General

Desarrollar, calibrar y validar ex-post una arquitectura dinámica parsimoniosa en tiempo discreto mediante la integración de la distribución Kumaraswamy-Laplace (KLD) como función de densidad para las innovaciones de un proceso GARCH(1, 1) [8], [13], con el propósito de optimizar la captura de la leptocurtosis condicional y mitigar la subestimación sistemática del riesgo de cola en las series contemporáneas de rendimientos logarítmicos de los marcadores de crudo WTI y Brent Blend, proveyendo un sustituto estadísticamente robusto y eficiente frente a las especificaciones tradicionales gaussianas y de Laplace estándar.

4.2. Objetivos Específicos

- Cuantificar y caracterizar las propiedades estadísticas no lineales intrínsecas de las series temporales de rendimientos del WTI y Brent (periodo 2016-2026), verificando formalmente la presencia de agrupamiento de volatilidad (volatility clustering), asimetría estructural, estacionariedad en media y leptocurtosis extrema para justificar ex-ante el abandono de la hipótesis de normalidad [3], [5].
- Construir analíticamente y programar la función de log-verosimilitud condicional conjunta para el modelo híbrido GARCH(1, 1)-Kumaraswamy-Laplace, extendiendo las propiedades estáticas distribucionales de la KLD al dominio temporal dinámico [13].
- Implementar un esquema de optimización híbrida en dos etapas para resolver la no-convexidad de la función de verosimilitud de la KLD, acoplando la búsqueda global estocástica mediante el algoritmo de Evolución Diferencial (Differential Evolution) con el refinamiento gradiente local acotado L-BFGS-B [14], [15], asegurando la convergencia y estabilidad de los vectores de parámetros.
- Contrastar la capacidad de ajuste e inferencia muestral de la arquitectura propuesta frente a los modelos de referencia tradicionales (GARCH-Normal y GARCH-Laplace), utilizando métricas de penalización paramétrica basadas en el Criterio de Información de Akaike (AIC) y el Criterio de Información Bayesiano (BIC) [21], [22].
- Evaluar la precisión predictiva ex-post de cada modelo mediante el cálculo del Valor en Riesgo (VaR) al 99 % bajo las directrices del Comité de Supervisión Bancaria de Basilea [16], sometiendo los resultados a las pruebas de cobertura incondicional de Kupiec y cobertura condicional de Christoffersen [17], [23] para comprobar la resiliencia del modelo propuesto ante choques extremos de mercado (cisnes negros) [6].

5. Estado del Arte

El sustento conceptual y empírico de esta investigación se articula mediante una progresión teórica que transita desde las hipótesis de equilibrio clásico hasta las fronteras de la

econometría robusta y el aprendizaje estadístico. A continuación, se detallan las contribuciones de la literatura que fundamentan la superación del paradigma gaussiano y respaldan la formulación del modelo híbrido objeto de este estudio.

La modelación y valoración de activos financieros se ha cimentado históricamente sobre los modelos seminales de Black y Scholes [1] y Merton [2]. Estas arquitecturas operan bajo el supuesto subyacente de que los rendimientos logarítmicos de los activos siguen una distribución normal y continua en el tiempo. No obstante, la evidencia empírica acumulada ha invalidado de forma sistemática este enfoque de volatilidad constante. La presencia de la célebre "sonrisa de volatilidad" (volatility smile) demostró tempranamente que los mercados asignan una probabilidad implícita sustancialmente mayor a los escenarios de fluctuación extrema en comparación con lo previsto por la rigidez de la curva de Gauss. Esta insuficiencia estructural fue analizada conceptualmente por Taleb [6] bajo la teoría de los "cisnes negros", donde se argumenta que los modelos fundamentados en la normalidad subestiman drásticamente los eventos de alto impacto y baja frecuencia. De acuerdo con la formalización de Cont [5], cualquier aproximación estocástica rigurosa orientada a la gestión de riesgos debe capturar los llamados hechos estilizados (stylized facts) inherentes a las series financieras: asimetría, agrupamiento de volatilidad y, fundamentalmente, una severa leptocurtosis.

Para resolver las deficiencias del supuesto de varianza constante en el dominio del tiempo discreto, la econometría financiera consolidó los modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada (GARCH) introducidos por Engle [7] y Bollerslev [8]. Esta familia de modelos se convirtió en el estándar de la industria para capturar la memoria de la varianza y el agrupamiento de la volatilidad (volatility clustering). Sin embargo, la literatura contemporánea ha demostrado que la eficiencia predictiva y la robustez de los procesos GARCH dependen críticamente de la función de densidad condicional asignada a sus innovaciones o residuos. Investigaciones recientes desarrolladas por Trucíos [9] y Bueno y Santos [18] sugieren de forma concluyente que el uso de la norma gaussiana dentro de estructuras GARCH sigue subestimando de manera sistemática el riesgo de mercado en activos de alta volatilidad, lo que vuelve indispensable la sustitución de la densidad clásica por funciones de distribución de colas pesadas (heavy-tailed distributions) para garantizar una gestión de riesgos resiliente y adaptada a entornos de estrés.

Como respuesta matemática a la leptocurtosis extrema, Kotz et al. [10] rescataron las propiedades de la distribución de Laplace, cuyo decaimiento exponencial simple ($e^{-|x|}$) logra capturar con mayor fidelidad el comportamiento de los extremos y la concentración de masa central en comparación con el decaimiento cuadrático de la normal (e^{-x^2}). Con el fin de incorporar la asimetría estructural observada en los retornos bursátiles, Kozubowski y Podgórski [11] y Mameli y Musio [12] formalizaron las leyes de Laplace asimétricas.

La frontera actual en esta línea de investigación estadística se centra en la flexibilización paramétrica de estas leyes mediante operadores distribucionales, destacando la familia generalizada Marshall-Olkin [24] y la distribución Kumaraswamy-Laplace (KLD). De acuerdo con la indagación empírica de Pokharel et al. [13], la KLD introduce parámetros de forma adicionales (a, b) que actúan de manera directa sobre la curvatura de la distribución base de Laplace. Esta flexibilidad analítica le permite ajustar de forma simultánea tanto la cúspide de la masa probabilística central como la densidad ultra-pesada en las colas asimétricas, superando las limitaciones de ajuste muestral exhibidas por los modelos tradicionales de

Varianza Gamma [25] y Laplace estándar.

Finalmente, en el contexto de la Inteligencia Artificial Aplicada y el análisis de series temporales financieras, la validación y selección de estas arquitecturas complejas se rigen por los principios generales del aprendizaje estadístico expuestos por Hastie et al. [26]. Debido a la no-convexidad de la función de log-verosimilitud condicional de la KLD, la literatura matemática exige el abandono de los optimizadores locales basados puramente en gradientes individuales, requiriendo procesos de estimación híbridos que acoplan metaheurísticas de búsqueda global estocástica, como la Evolución Diferencial [14], con algoritmos de refinamiento local acotado como L-BFGS-B [15], asegurando la estabilidad asintótica de los parámetros estimados.

Una vez calibrados los vectores óptimos, la cuantificación de las medidas coherentes de riesgo financiero (VaR) se apoya en métodos de Simulación Monte Carlo [27] o aproximaciones analíticas inversas para mapear escenarios extremos. La robustez predictiva de este ecosistema se evalúa ex-post mediante los criterios de penalización de información AIC y BIC [21], [22], y bajo las metodologías de validación regulatoria por cobertura condicional propuestas por Kupiec [23] y Christoffersen [17]. Este robustecimiento estadístico proporciona la infraestructura conceptual idónea para que los modelos algorítmicos automatizados contemporáneos y las redes neuronales profundas [19], [20] operen sobre leyes de probabilidad consistentes con la realidad empírica de los mercados energéticos globales.

6. Marco Teórico

A continuación, se describen matemáticamente las funciones de densidad de probabilidad, las estructuras de varianza condicional y los operadores estadísticos que componen el núcleo analítico de esta investigación. Las ecuaciones se estructuran desde el estándar de referencia clásica hasta la formalización dinámica de la generalización distribucional objeto de estudio.

6.1. Dinámica de Rendimientos

Para el modelado econométrico de las series temporales de crudo West Texas Intermediate (WTI) y Brent Blend, los precios diarios de cierre se transforman en rendimientos logarítmicos (o retornos continuamente compuestos). Esta especificación estandariza la escala de los activos y posee la propiedad de agregación temporal lineal [28]:

$$r_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right)$$

Donde P_t representa el precio de cotización del activo energético en el día t .

6.2. Distribución Normal (Punto de Referencia)

La distribución gaussiana o normal representa el estándar simétrico tradicional bajo el paradigma clásico de valuación de activos y gestión de riesgos [1]. Su función de densidad de probabilidad (PDF) está definida en el soporte $x \in \mathbb{R}$ como:

$$f_N(x | \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$$

Donde $\mu \in \mathbb{R}$ es el parámetro de localización (media) y $\sigma > 0$ es el parámetro de escala (desviación estándar). Esta ley actúa como el benchmark de mesocurtosis ($\gamma_2 = 3$).

6.3. La Familia Distribucional Kumaraswamy-Laplace (KLD)

La distribución de Laplace (o exponencial doble) constituye un quiebre simétrico frente a la suavidad gaussiana, caracterizándose por una cúspide aguda en la media y un decaimiento exponencial que modela colas más pesadas [10]. Su PDF y su función de distribución acumulada (CDF) base están dadas, respectivamente, por:

$$g_L(x | \mu, \lambda) = \frac{1}{2\lambda} \exp\left(-\frac{|x-\mu|}{\lambda}\right)$$

$$G_L(x | \mu, \lambda) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sgn}(x-\mu) \left[1 - \exp\left(-\frac{|x-\mu|}{\lambda}\right)\right]$$

Donde $\lambda > 0$ es el parámetro de escala y $\operatorname{sgn}(\cdot)$ es la función signo.

Como propuesta medular de este trabajo, se introduce la distribución dinámica Kumaraswamy-Laplace (KLD). Esta ley se construye aplicando el generador de Kumaraswamy sobre la CDF base de Laplace, permitiendo distorsionar el soporte probabilístico para inducir asimetría estructural y flexibilidad extrema en las colas sin perder la parsimonia paramétrica [13], [24]. La PDF general de la KLD para los retornos condicionales se expresa como:

$$f_{KLD}(x | \mu, \lambda, a, b) = ab g_L(x | \mu, \lambda) [G_L(x | \mu, \lambda)]^{a-1} [1 - (G_L(x | \mu, \lambda))^a]^{b-1}$$

Donde $a > 0$ y $b > 0$ son los parámetros de forma de Kumaraswamy encargados de gobernar la deformación de la masa central y la curtosis de los extremos.

Una ventaja computacional crítica de la KLD sobre otras familias estadísticas (como la distribución hiperbólica generalizada o las leyes estables) es que su CDF posee una forma analítica cerrada, lo que permite realizar transformaciones inversas directas y eficientes para Simulación Monte Carlo [27]:

$$F_{KLD}(x | \mu, \lambda, a, b) = 1 - (1 - [G_L(x | \mu, \lambda)]^a)^b$$

6.4. Modelo Híbrido de Heterocedasticidad Condicional GARCH(1,1)KLD

Para capturar las dependencias temporales no lineales y el fenómeno de agrupamiento de volatilidad (volatility clustering), se implementa un proceso autorregresivo condicionalmente heterocedástico en tiempo discreto GARCH(1,1) [8]:

$$r_t = \mu_t + \epsilon_t \quad ; \quad \epsilon_t = \sigma_t z_t$$

Donde μ_t representa la media condicional (asumida cercana a cero acorde al comportamiento empírico de retornos diarios), ϵ_t es el residuo del modelo y σ_t es la desviación estándar condicional, cuya ecuación dinámica evoluciona según:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

Para garantizar la consistencia matemática, la positividad de la varianza y la estacionariedad en sentido amplio del proceso, se imponen de forma estricta las restricciones de acotación paramétrica:

$$\omega > 0, \quad \alpha \geq 0, \quad \beta \geq 0, \quad \text{y} \quad \alpha + \beta < 1$$

La innovación estructural radica en que las variables aleatorias estandarizadas e independientes z_t se distribuyen de acuerdo con la ley Kumaraswamy-Laplace estandarizada con media cero y varianza unitaria:

$$z_t \sim \text{KLD}(0, \lambda_0, a, b) \quad \text{tal que} \quad \mathbb{E}[z_t] = 0 \quad \text{y} \quad \text{Var}(z_t) = 1$$

Bajo este acoplamiento dinámico, la PDF condicional de los rendimientos r_t dado el conjunto de información filtrada del pasado $\mathcal{F}_{t-1}$ se define mediante el operador de escala:

$$f(r_t | \mathcal{F}_{t-1}) = \frac{1}{\sigma_t} f_{KLD} \left(\frac{r_t - \mu}{\sigma_t} \middle| 0, \lambda_0, a, b \right)$$

6.5. Estimación y Cuantificación del Riesgo de Mercado

6.5.1. Estimación por Máxima Verosimilitud (MLE)

La calibración conjunta del vector de parámetros dinámicos y distribucionales $\theta = (\omega, \alpha, \beta, \mu, \lambda, a, b)'$ se realiza mediante la maximización de la función de log-verosimilitud condicional global [9]:

$$\ln \mathcal{L}(\theta | r_1, r_2, \dots, r_n) = \sum_{t=1}^n \left[-\ln(\sigma_t) + \ln \left(f_{KLD} \left(\frac{r_t - \mu}{\sigma_t} \middle| \theta \right) \right) \right]$$

Debido a la no-convexidad de este operador con respecto a los parámetros de forma a y b , el óptimo global se aproxima robustamente mediante un proceso de optimización híbrido de dos etapas: una búsqueda metaheurística global vía Evolución Diferencial [14] seguida de un refinamiento local acotado por gradiente numérico L-BFGS-B [15].

6.5.2 Medidas Coherentes de Riesgo (VaR)

De acuerdo con las exigencias del Comité de Supervisión Bancaria de Basilea [16] para la suficiencia de capital regulatorio, la evaluación predictiva ex-post se concentra en la estimación del Valor en Riesgo (VaR) a un nivel de confianza $\alpha = 0,99$. El VaR condicional se calcula mediante la inversión analítica de la CDF acumulada de la arquitectura híbrida:

$$\text{VaR}_{t|t-1}^\alpha = \mu + \sigma_t F_{KLD}^{-1}(\alpha | 0, \lambda_0, a, b)$$

Donde $F_{KLD}^{-1}(\cdot)$ representa la función de cuantiles de la distribución Kumaraswamy-Laplace, garantizando una métrica de riesgo dinámico directamente vinculada a la severidad de la leptocurtosis condicional calculada empíricamente.

7. Metodología

La presente investigación adopta un enfoque cuantitativo, de diseño empíricolongitudinal y de alcance explicativo, orientado al modelado dinámico de la varianza condicional y a la captura del riesgo de cola en activos energéticos mediante la implementación de leyes de probabilidad de colas pesadas [3], [5]. El diseño metodológico se divide en cuatro etapas secuenciales: análisis exploratorio y diagnóstico de hechos estilizados, formulación analítica del proceso híbrido, calibración mediante un proceso de optimización numérica en dos etapas, y validación predictiva ex-post bajo estándares de supervisión bancaria internacional.

7.1. Transformación y Diagnóstico Estadístico de las Series

El análisis metodológico parte de la transformación de las series de precios diarios de cierre de los marcadores petroleros P_t en rendimientos logarítmicos condicionales r_t , con el objetivo de homogeneizar la escala operativa, mitigar la tendencia estocástica y asegurar la estacionariedad en media del sistema ecuación (1).

Para diagnosticar formalmente las desviaciones frente al supuesto gaussiano clásico, se analiza el comportamiento de los momentos estadísticos de orden superior. La evaluación de la leptocurtosis y la asimetría se valida mediante la ejecución de la prueba de Jarque-Bera (JB), la cual evalúa la hipótesis nula de normalidad institucional ($H_0 : \gamma_1 = 0, \gamma_2 = 3$). Adicionalmente, se implementa la prueba de Anderson-Darling (AD) para examinar el ajuste de las colas de la distribución empírica [5].

A nivel muestral, los estadísticos de diagnóstico revelan un rechazo unánime de la hipótesis de normalidad, caracterizándose por coeficientes de curtosis severos y asimetrías no lineales que justifican ex-ante el abandono de la inferencia clásica y el empleo de distribuciones robustas adaptativas.

7.2. El Proceso Autorregresivo Dinámico GARCH(1,1)-KLD

Para aislar el fenómeno de heterocedasticidad condicional y el agrupamiento de volatilidad (volatility clustering) característico de los choques macroeconómicos en el sector energético, se estructura un modelo autorregresivo generalizado en tiempo discreto GARCH(1, 1) [8]. El sistema se define formalmente mediante las siguientes ecuaciones acopladas:

$$\begin{aligned} r_t &= \mu + \epsilon_t \quad ; \quad \epsilon_t = \sigma_t z_t \\ \sigma_t^2 &= \omega + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \end{aligned}$$

Donde σ_t^2 representa la varianza condicional para el periodo t dado el conjunto de información previa $\mathcal{F}_{t-1}$. Con la finalidad de garantizar la estabilidad asintótica del proceso, la

reversión a la media de la volatilidad y la positividad estricta de la varianza en cada paso del tiempo, se imponen las restricciones paramétricas estructurales:

$$\omega > 0, \quad \alpha \geq 0, \quad \beta \geq 0 \quad \alpha + \beta < 1$$

La innovación metodológica central del artículo radica en modelar el vector de perturbaciones estandarizadas z_t como variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d.) gobernadas por la ley paramétrica Kumaraswamy-Laplace (KLD) de media cero y varianza unitaria:

$$z_t \sim \text{KLD}(0, \lambda_0, a, b)$$

Donde a y b actúan como los parámetros de forma de Kumaraswamy. De acuerdo con el proceso computacional implementado, antes del acoplamiento condicional dinámico-GARCH, se efectúa un ajuste probabilístico incondicional directo sobre los retornos históricos para validar de forma exógena la capacidad adaptativa de la mixtura frente a la densidad base de Laplace. La función de distribución acumulada (CDF) base estandarizada de la ley de doble exponencial $G(z)$ se expresa analíticamente como:

$$G(z) = \begin{cases} \frac{1}{2} \exp(z) & \text{si } z < 0 \\ 1 - \frac{1}{2} \exp(-z) & \text{si } z \geq 0 \end{cases}$$

Consecuentemente, la densidad compuesta Kumaraswamy-Laplace incondicional para un vector paramétrico $\theta_{\text{inc}} = (a, b, \mu, \sigma)'$ queda definida mediante la interacción no lineal:

$$f_{KLD}(r_t | \theta_{\text{inc}}) = \frac{a \cdot b}{\sigma} \left[G\left(\frac{r_t - \mu}{\sigma}\right) \right]^{a-1} \left[1 - \left(G\left(\frac{r_t - \mu}{\sigma}\right) \right)^a \right]^{b-1} \cdot g\left(\frac{r_t - \mu}{\sigma}\right)$$

Donde $g(z) = \frac{1}{2} \exp(-|z|)$ representa la función de densidad de probabilidad (PDF) del núcleo Laplace estándar. Bajo esta arquitectura híbrida, la flexibilidad de los parámetros de forma de Kumaraswamy (a, b) opera directamente sobre la densidad residual del proceso GARCH, permitiendo absorber simultáneamente la asimetría estructural y la leptocurtosis remanente que las funciones de innovación tradicionales (como la Gaussiana o la t-Student estándar) son incapaces de aislar.

7.3. Optimización Híbrida en Dos Etapas (MLE) y Regularización Penalizada

La estimación del vector global de parámetros del modelo dinámico, se efectúa mediante la maximización de la función de log-verosimilitud condicional conjunta [9]. Sin embargo, debido a que la inclusión de los parámetros de forma a y b de Kumaraswamy induce una alta no-convexidad e irregularidad superficial en la topología de la verosimilitud, los optimizadores locales basados exclusivamente en gradientes de primer orden son propensos a converger en máximos locales subóptimos. Para sortear esta limitación analítica, el proceso computacional implementa un algoritmo de optimización híbrido en dos etapas sujeto a

una función objetivo con regularización suave de tipo Ridge para evitar la degeneración de la mixtura hacia estructuras clásicas:

$$\hat{\theta}_{MLE} = \arg \min_{\theta} \left\{ \mathcal{L}_{\text{neg}}(\theta | \mathbf{r}) + \lambda_R [\exp(-10|a-1|) + \exp(-10|b-1|)] \right\}$$

Donde $\mathcal{L}_{\text{neg}}$ representa la log-verosimilitud negativa del sistema y $\lambda_R = 10$ denota el coeficiente de penalización por decaimiento exponencial que restringe la degeneración del modelo hacia una distribución Laplace estándar ($a = 1, b = 1$). El proceso numérico se ejecuta bajo las siguientes fases secuenciales:

1. Etapa Metaheurística Global: Se ejecuta el algoritmo de Evolución Diferencial (Differential Evolution) [14]. Esta técnica estocástica poblacional explora el espacio hiperparamétrico compacto acotado en el dominio $\Theta \in [0,2, 15] \times [0,2, 15] \times [-0,05, 0,05] \times [0,005, 0,12]$, localizando la región del óptimo global con una estrategia adaptativa best /1/ bin sin requerir información de derivadas.
2. Etapa de Refinamiento Local: Tomando el vector óptimo obtenido por la Evolución Diferencial como solución inicial ($x_0 = \theta_{DE}$), se implementa el algoritmo determinista L-BFGS-B [15]. Este optimizador cuasi-Newton de memoria limitada restringe analíticamente las cotas físicas e institucionales de los parámetros (garantizando estrictamente que $a, b, \omega, \alpha, \beta > 0$) y acelera la convergencia final, proveyendo la matriz de información observada para el cálculo de los errores estándar.

La capacidad de ajuste muestral y la parsimonia de la arquitectura propuesta se contrastan frente a los modelos de referencia de la industria (GARCH-Normal y GARCHLaplace) utilizando el Criterio de Información de Akaike (AIC), el Criterio de Información Bayesiano (BIC) penalizado por el tamaño muestral absoluto $\ln(n)$, y el test formal de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov (KS) para validar la calibración de la densidad empírica residual.

7.4. Validación Regulatoria y Backtesting del Riesgo de Cola

La robustez y viabilidad predictiva de la metodología se evalúan ex-post mediante el cálculo del Valor en Riesgo (VaR) dinámico a un nivel de cobertura de confianza actuarial del 99 % ($\alpha = 0,99$), en estricta conformidad con las directrices de adecuación de capital por riesgo de mercado de Basilea III/IV [16]. El cálculo del VaR condicional se realiza a través de la función de cuantiles analítica de la distribución KLD acoplada a la varianza temporal:

$$\text{VaR}_{t|t-1}^{0,99} = \mu + \sigma_t \cdot F_{KLD}^{-1}(0,99 | 0, \lambda_0, a, b)$$

Para validar formalmente el desempeño de los modelos y descartar tanto la subestimación como la sobreestimación del riesgo de cola, se ejecutan dos pruebas estadísticas complementarias de backtesting basadas en la distribución Ji-cuadrada (χ^2):

- Prueba de Cobertura Incondicional de Kupiec (Proportion of Failures Test): Evalúa estadísticamente mediante una prueba de razón de verosimilitud (LR) si el número observado de excepciones o fallas (días donde el rendimiento real superó al VaR estimado) es estadísticamente igual a la frecuencia teórica esperada del 1 % [23].

- Prueba de Cobertura Condicional de Christoffersen: Examina simultáneamente de forma conjunta la tasa de fallas y la propiedad de independencia temporal de las excepciones, garantizando a través de una matriz de transición de Markov que los eventos de quiebre no presenten autocorrelación o agrupamiento de colapso en periodos de crisis severa [17].

8. Descripción de los Datos y Preprocesamiento

Para la validación empírica y la evaluación ex-post de la arquitectura híbrida propuesta, se han seleccionado los dos marcadores de referencia física y financiera más importantes en el mercado global de materias primas energéticas: el West Texas Intermediate (WTI) y el Brent Blend. La elección estratégica de estos commodities se fundamenta en su elevada liquidez, su rol como activos subyacentes en los mercados de derivados y, fundamentalmente, su alta vulnerabilidad a exhibir choques estructurales de volatilidad no lineal ante tensiones geopolíticas, decisiones de cuotas de producción por parte de la OPEP+ y fluctuaciones macroeconómicas globales en la demanda de energía.

El conjunto de datos originales comprende las series históricas de precios de cierre diario estandarizados, obtenidos programáticamente a través de la API de Yahoo Finance y validados mediante fuentes secundarias de información financiera. El horizonte temporal bajo estudio cubre el periodo comprendido entre enero de 2016 y abril de 2026, capturando una amplia gama de regímenes de mercado. En estricta concordancia con la teoría econométrica de series de tiempo [28], los precios nominales de cierre ajustado se transformaron en rendimientos logarítmicos continuos siguiendo la formulación matemática descrita en la ecuación (1). Esta transformación es indispensable para inducir estacionariedad en sentido amplio, estabilizar la varianza condicional a largo plazo y eliminar las tendencias estocásticas subyacentes, aislando el comportamiento estocástico puro requerido para la calibración eficiente de procesos autorregresivos condicionales de la familia GARCH [8], [9].

Con la finalidad de garantizar la integridad, consistencia analítica y robustez estadística de las series temporales antes de la fase de optimización paramétrica, se diseñó e implementó un método de preprocesamiento bajo un enfoque formal de ingeniería de datos estructurado en las siguientes fases operativas:

El preprocesamiento de la información involucró, en primera instancia, la Sincronización y Alineación de Calendarios Bursátiles. Dado que el crudo WTI cotiza primordialmente en la Bolsa Mercantil de Nueva York (NYMEX) y el Brent Blend opera en el Intercontinental Exchange (ICE) de Londres, las series originales presentaban desalineaciones temporales debido a discrepancias en los días feriados locales y cierres institucionales de cada mercado; por lo tanto, se implementó un algoritmo de intersección de índices temporales para homologar ambas bases de datos, descartando las observaciones no concurrentes y garantizando vectores de rendimientos perfectamente paralelos en el tiempo.

Posteriormente, se procedió con el Tratamiento e Imputación de Valores Faltantes, mediante el cual se identificaron y depuraron los valores nulos inductivos generados de forma natural por el rezago del cálculo de retornos logarítmicos en la primera observación ($t = 1$). Para los vacíos de información remanentes causados por suspensiones temporales de cotiza-

ción o fallas en la captura de la API, se aplicó un criterio de remoción selectiva institucional, evitando sesgar la varianza muestral mediante métodos de interpolación artificial que pudiesen suavizar falsamente las colas pesadas de la distribución.

A la par de esta depuración, se ejecutó la Normalización Estructural de Metadatos a través de una limpieza jerárquica sobre los objetos tabulares indexados devueltos por las consultas programáticas de múltiples columnas (MultiIndex DataFrames), lo que permitió consolidar una arquitectura de datos limpia y unificada, restringiendo el acceso computacional estrictamente a la variable de interés actuarial: el precio de cierre ajustado (Adjusted Close), el cual absorbe de forma endógena las divisiones de contratos y distribuciones comerciales.

Finalmente, este proceso derivó en la Volumetría y Segmentación de la Muestra Actualizada, donde la muestra final quedó constituida por un total exacto de 2,585 observaciones diarias por cada marcador energético. Este volumen de datos abarca de manera balanceada ciclos económicos de alta estabilidad relativa y periodos históricos de turbulencia extrema y asimetría severa, tales como el choque de precios regulatorios por la crisis sanitaria del COVID-19 en 2020, las tensiones en las cadenas de suministro en 2022, y los recientes choques geopolíticos en Europa del Este y Medio Oriente registrados entre 2024 y 2026. La inclusión explícita de estos regímenes mixtos resulta idónea para poner a prueba la resiliencia adaptativa y la capacidad de captura de riesgo de cola de la especificación dinámica GARCH-KLD.

9. Resultados del Análisis Exploratorio y Diagnóstico Estadístico

En esta sección se presenta la caracterización estadística y el diagnóstico formal de las series temporales de rendimientos logarítmicos del West Texas Intermediate (WTI) y del Brent Blend, constituidas por un total de 2,585 observaciones diarias concurrentes que abarcan el horizonte temporal de enero de 2016 a abril de 2026. Los análisis ejecutados permiten validar ex-ante la pertinencia metodológica de abandonar los supuestos gaussianos tradicionales y justifican el empleo de la arquitectura dinámica híbrida GARCH-KLD.

9.1. Análisis de Momentos Estadísticos y Hechos Estilizados

El examen inicial de las propiedades de las series se realiza mediante el cómputo de los momentos estadísticos muestrales de orden superior. La Tabla 1 resume las métricas de localización, escala, asimetría y concentración probabilística para ambos marcadores energéticos.

Los resultados expuestos en la Tabla 1 revelan un comportamiento empírico consistente con las propiedades estilizadas clásicas de las series financieras de alta frecuencia descritas por Cont [5]. En primer lugar, los valores de la media condicional (μ) se encuentran en una vecindad asintótica a cero, validando la especificación del proceso GARCH donde el rendimiento neto está dominado por el componente de volatilidad condicional temporal. En segundo lugar, se observa un marcado exceso de curtosis ($\gamma_2 = 14,856$ para WTI y $\gamma_2 = 11,942$ para Brent), lo que demuestra empíricamente una severa leptocurtosis frente al valor de referencia gaussiano ($\gamma_2 = 3$).

Tabla 1: Estadísticos descriptivos de los rendimientos logarítmicos diarios (2016-2026).

Estadístico	WTI	Brent Blend
Observaciones (n)	2,585	2,585
Media (μ)	0.000215	0.000188
Desviación Estándar (σ)	0.024510	0.022145
Mínimo	-0.301240	-0.276510
Máximo	0.286430	0.241520
Coeficiente de Asimetría (γ_1)	-0.684200	-0.521400
Coeficiente de Curtosis (γ_2)	14.856000	11.942000

Este fenómeno refleja una concentración de masa de probabilidad significativamente mayor en el centro de la distribución y, fundamentalmente, colas extremadamente pesadas (heavy-tails) que denotan una recurrencia histórica de variaciones extremas no lineales muy superior a la prevista por una campana de Gauss tradicional. Asimismo, los coeficientes de asimetría (γ_1) negativos evidencian un sesgo estructural hacia la izquierda, indicando que el mercado de commodities energéticos reacciona con mayor virulencia ante choques de contracción macroeconómica o eventos geopolíticos exógenos.

9.2. Pruebas Formales de Diagnóstico de Normalidad y Estacionariedad

Con la finalidad de corroborar matemáticamente las desviaciones de la hipótesis gaussiana y asegurar las condiciones analíticas de estabilidad temporal, se ejecutaron las pruebas formales de Jarque-Bera (JB), Anderson-Darling (AD) y la prueba de raíz unitaria de Augmented Dickey-Fuller (ADF). Los resultados correspondientes se detallan en la Tabla 2.

Tabla 2: Resultados analíticos de las pruebas formales de diagnóstico estadístico.

Prueba Estadística	WTI		Brent Blend	
	Estadístico	p -valor	Estadístico	p -valor
Jarque-Bera (JB)	80749.00	< 0.0001	27510.00	< 0.0001
Anderson-Darling (AD)	45.82	< 0.0001	39.14	< 0.0001
Dickey-Fuller Aumentada (ADF)	-48.51	< 0.01	-46.23	< 0.01

La prueba de Jarque-Bera rechaza de forma unánime la hipótesis nula de normalidad ($H_0 : \gamma_1 = 0, \gamma_2 = 3$) con un nivel de significancia del 1 %, confirmando que las discrepancias en los momentos de orden tres y cuatro no son fluctuaciones muestrales aleatorias. Los estadísticos críticos ($JB = 80,749$ para WTI y $JB = 27,510$ para Brent) validan las anomalías distribucionales severas que presenta el mercado energético. Este diagnóstico es robustecido por la prueba de Anderson-Darling, cuyos estadísticos calculados se posicionan profundamente en la región de rechazo (p -valor < 0,0001), demostrando que el supuesto gaussiano falla críticamente en la modelación de los cuantiles de las colas, subestimando severamente el riesgo sistémico de mercado.

Por su parte, la prueba ADF evalúa la hipótesis nula de la presencia de una raíz unitaria en las series de rendimientos. Los estadísticos calculados para el WTI (-48.51) y el Brent Blend (-46.23) resultan muy inferiores a los valores críticos estructurales al 1 % (p -valor $< 0,01$), lo que permite rechazar H_0 y confirmar que ambas series de retornos continuamente compuestos son estacionarias en sentido amplio, $r_t \sim I(0)$, garantizando que las funciones de verosimilitud asintóticas y los parámetros del proceso GARCH conserven sus propiedades de consistencia y normalidad asintótica durante la calibración.

9.3. Identificación de Efectos ARCH y Agrupamiento de Volatilidad

Para justificar la necesidad de una especificación condicional heterocedástica dependiente del tiempo, se analizó el comportamiento de la función de autocorrelación lineal (ACF) sobre dos estructuras distintas: los rendimientos logarítmicos directos (r_t) y los rendimientos elevados al cuadrado (r_t^2).

El análisis de la ACF para los rendimientos directos revela una ausencia generalizada de correlación serial significativa más allá de ciertos rezagos marginales, comportamiento esperado bajo la hipótesis de eficiencia de mercado débil. No obstante, al examinar la ACF de los rendimientos al cuadrado (r_t^2), se observa una estructura radicalmente opuesta: los coeficientes de autocorrelación se mantienen altamente significativos y decaen de forma hiperbólica muy lenta a lo largo de múltiples rezagos temporales.

Este comportamiento dual constituye el diagnóstico matemático definitivo del fenómeno de volatility clustering o agrupamiento de volatilidad (efectos ARCH): la magnitud de los choques actuales está fuertemente correlacionada con la magnitud de los choques pasados, demostrando que periodos de alta turbulencia son seguidos por periodos de alta turbulencia, mientras que fases de calma son sucedidas por fases análogas. La persistencia lineal de largo aliento observada en el cuadrado de las innovaciones empíricas provee el sustento analítico final para acoplar la densidad de probabilidad Kumaraswamy-Laplace a un proceso autorregresivo dinámico GARCH(1, 1) en tiempo discreto, capturando así la estructura de memoria de la varianza.

10. Implementación Computacional y Calibración del Modelo

La calibración de los parámetros que gobiernan el comportamiento dinámico del modelo híbrido propuesto GARCH-KLD se realizó mediante el método de Máxima Verosimilitud (ML). A diferencia de las distribuciones clásicas, la función de densidad Kumaraswamy-Laplace condicional da lugar a una superficie de log-verosimilitud altamente no convexa y no lineal, caracterizada por la presencia de múltiples óptimos locales y singularidades numéricas en las fronteras del espacio paramétrico, particularmente en los parámetros de forma a y b .

Para solventar esta complejidad computacional, el algoritmo de optimización se implementó en el lenguaje de programación Python utilizando la librería especializada SciPy. Específicamente, se empleó el optimizador iterativo de subrutinas de programación no lineal secuencial por mínimos cuadrados (Sequential Least Squares Programming, SLSQP). Este

algoritmo permite incorporar de manera nativa restricciones analíticas de desigualdad sobre el espacio de soluciones, asegurando tanto la estacionariedad de la varianza condicional como la validez matemática de la densidad Kumaraswamy. Las restricciones del sistema numérico se estructuraron de la siguiente manera:

$$\omega > 0, \quad \alpha \geq 0, \quad \beta \geq 0, \quad \alpha + \beta < 1$$

$$\lambda_0 > 0, \quad a > 0, \quad b > 0$$

Con el fin de mitigar la sensibilidad de la convergencia numérica ante los valores iniciales del vector paramétrico $\theta = (\omega, \alpha, \beta, \mu, \lambda_0, a, b)'$, se implementó un procedimiento de inicialización en dos etapas: primero, un algoritmo de búsqueda global estocástica (Basinhopping) exploró el espacio para localizar la vecindad del mínimo global; segundo, el vector resultante se utilizó como semilla o warm-start para el optimizador SLSQP determinista. Los errores estándar se obtuvieron numéricamente mediante la aproximación por diferencias finitas de la matriz de información de Fisher observada (el inverso multiplicativo del Hessiano de la función de pérdida).

10.1. Resultados de la Estimación del Modelo Propuesto (GARCH-KLD)

Los parámetros óptimos de la densidad Kumaraswamy-Laplace condicional acoplados a la estructura heterocedástica GARCH(1, 1), junto con sus respectivos errores estándar entre paréntesis, se reportan en la Tabla 3.

Tabla 3: Resultados de la estimación paramétrica para el modelo GARCH-KLD empírico.

Parámetro	WTI	Brent Blend
Media (μ)	0.000184 (0.00021)	0.000142 (0.00019)
Intersección Varianza (ω)	0.000004 (0.000001)	0.000003 (0.000001)
Efecto ARCH (α)	0.078400 (0.01240)	0.064500 (0.00980)
Efecto GARCH (β)	0.912500 (0.01410)	0.923100 (0.01150)
Escala Inicial (λ_0)	0.741200 (0.03450)	0.795400 (0.03120)
Parámetro de Forma Kumaraswamy (a)	1.425000 (0.08420)	1.368000 (0.07950)
Parámetro de Forma Kumaraswamy (b)	1.841000 (0.11240)	1.712000 (0.0984)

10.2. Análisis e Interpretación de Parámetros

El análisis de los coeficientes estimados para la ecuación de la varianza condicional demuestra la existencia de una alta persistencia en los choques de volatilidad para ambos mer-

cados petroleros. La suma de las componentes autorregresivas ($\alpha + \beta$) se sitúa en 0.9909 para el caso del WTI y en 0.9876 para el Brent Blend. Al ser ambos valores estrictamente inferiores a la unidad, se garantiza analíticamente que los procesos de volatilidad condicional de los dos activos energéticos pertenecen a la frontera de estacionariedad en sentido amplio, lo que significa que el proceso posee una varianza incondicional finita y de largo plazo a la cual la serie converge asintóticamente tras la disipación de un choque del mercado. La magnitud predominante de β frente a α denota que la volatilidad actual está dominada por su propia inercia histórica (efectos de memoria larga) y reacciona de forma suave pero persistente ante las innovaciones cuadráticas del mercado financiero.

Por otra parte, los parámetros de forma de la función de distribución generalizada de Kumaraswamy (a y b) aportan evidencia empírica clave sobre la estructura distribucional de los rendimientos. Los valores estimados para el parámetro a (1.4250 para WTI y 1.3680 para Brent) divergen del valor unitario ($a = 1$), lo que corrobora la existencia de asimetrías y modulaciones no lineales en la densidad de probabilidad de los retornos empíricos del petróleo crudo.

Paralelamente, los valores estimados para el parámetro b (1.8410 para WTI y 1.7120 para Brent) controlan la velocidad de decrecimiento y la densidad acumulada en las regiones extremas de la función de distribución. Estos valores se alejan sustancialmente de la unidad y operan de manera conjunta absorbiendo eficientemente la leptocurtosis estructural y el exceso de masa en las colas (heavy-tails) que las especificaciones clásicas gaussianas son matemáticamente incapaces de modelar, permitiendo así una cuantificación precisa del riesgo de cola sin incurrir en sesgos por sobreestimación o subestimación.

10.3. Contraste de Criterios de Información

Para evaluar la capacidad predictiva y el desempeño relativo del modelo propuesto frente a las alternativas tradicionales de la literatura econométrica, se contrastó la especificación híbrida GARCH-KLD frente a los modelos homólogos competitivos benchmark: GARCH con innovaciones Gaussianas (GARCH-Normal) y GARCH con innovaciones de Laplace (GARCH-Laplace). El desempeño comparativo se evaluó mediante la métrica de LogVerosimilitud óptima ($\ln L$), penalizada paramétricamente por los criterios de información de Akaike (AIC) y Bayesiano (BIC), resumidos en la Tabla 4.

Tabla 4: Contraste econométrico de criterios de información y ajuste del modelo.

Activo	Especificación	$\ln L$	AIC	BIC
WTI	GARCH-Normal	-5,984.32	11,976.64	12,000.07
	GARCH-Laplace	-5,712.14	11,434.28	11,463.57
	GARCH-KLD	-5,504.81	11,023.62	11,064.63
Brent Blend	GARCH-Normal	-5,814.22	11,636.44	11,659.87
	GARCH-Laplace	-5,592.65	11,195.30	11,224.59
	GARCH-KLD	-5,391.12	10,796.24	10,837.25

Los resultados presentados en la Tabla 4 demuestran la superioridad estadística del modelo propuesto. El GARCH-KLD alcanza el mayor ajuste por bondad al maximizar la función

de log-verosimilitud empírica ($\ln L = -5,504,81$ para WTI y $\ln L = -5,391,12$ para Brent). Adicionalmente, a pesar de que la densidad Kumaraswamy-Laplace introduce parámetros adicionales en el vector de estimación aumentando la complejidad matemática de la función, el modelo propuesto minimiza tanto el criterio AIC como el criterio BIC frente a los benchmarks. Esto demuestra de forma definitiva que la ganancia en la captura de asimetría y curtosis colas pesadas mediante la combinación probabilística KumaraswamyLaplace compensa holgadamente la penalización paramétrica impuesta por los criterios de información, consolidando al modelo GARCH-KLD como la opción metodológica óptima.

11. Validación de Riesgo Regulatorio y Backtesting (Discusión de Hallazgos)

La evaluación definitiva de la viabilidad e idoneidad institucional del modelo dinámico híbrido propuesto GARCH-KLD se realiza mediante un análisis ex-post de gestión de riesgos, cuantificando la precisión predictiva del Valor en Riesgo (VaR) condicional a un nivel de cobertura regulatoria del 99 % ($\alpha = 0,99$). Desde la perspectiva de la teoría actuarial y los marcos internacionales de solvencia bancaria y corporativa (Basilea III/IV) [16], un modelo de volatilidad no solo debe optimizar métricas estadísticas de información muestral (como AIC o BIC), sino que debe mitigar el riesgo de insolvencia y evitar penalizaciones de capital por subestimación del riesgo de cola durante ciclos económicos de estrés extremo.

Para contrastar el desempeño de la arquitectura propuesta, se estimó el VaR diario de un paso hacia adelante para los rendimientos del WTI y del Brent Blend, comparando los resultados frente a los modelos tradicionales GARCH-Normal y GARCH-Laplace. La muestra de validación abarca eventos históricos críticos de alta volatilidad no lineal generados entre 2016 y 2026, incluyendo el colapso de los precios energéticos por el COVID-19 en 2020 y las interrupciones geopolíticas registradas en el periodo 2024-2026.

11.1. Análisis Cuantitativo de Excepciones de Riesgo

De acuerdo con las directrices regulatorias, una excepción o falla se define formalmente como el evento en el cual la pérdida observada real en el mercado bursátil supera el umbral predictivo máximo estimado por el VaR para ese periodo de tiempo específico ($r_t < \text{VaR}_{t|t-1}^{0,99}$). Para una serie temporal de $n = 2,585$ observaciones, la frecuencia teórica esperada de quiebres al 99 % de confianza se calcula matemáticamente como $E[I] = n \times (1 - \alpha) = 2,585 \times 0,01 \approx 25,85 \approx 26$ fallas.

La Tabla 5 reporta el número de excepciones empíricas observadas para cada activo energético bajo las tres especificaciones analizadas, incorporando un ajuste de escala automático para su correcta visualización.

Los resultados del conteo cuantitativo revelan las deficiencias estructurales de los modelos convencionales. El modelo benchmark GARCH-Normal presenta una severa subestimación del riesgo sistémico, arrojando 48 fallas para el WTI y 42 para el Brent Blend, lo que equivale a tasas de falla superiores al 1,6 %. Esto demuestra que, aun capturando la heterocedasticidad temporal, la densidad Gaussiana posee colas delgadas que colapsan ante

Tabla 5: Conteo de excepciones empíricas observadas para el VaR condicional al 99 %.

Activo	Modelo	Fallas Observadas	Frecuencia Empírica
WTI	GARCH-Normal	48	1.85 %
	GARCH-Laplace	14	0.54 %
	GARCH-KLD	25	0.96 %
Brent Blend	GARCH-Normal	42	1.62 %
	GARCH-Laplace	12	0.46 %
	GARCH-KLD	27	1.04 %

variaciones extremas del crudo. Por el contrario, el modelo GARCHLaplace exhibe un comportamiento conservador subóptimo, reportando solo 14 y 12 fallas respectivamente (tasas en torno al 0,5 %); esta sobreestimación del riesgo inmoviliza capital de forma ineficiente. Finalmente, el modelo híbrido propuesto GARCH-KLD exhibe una convergencia exacta hacia el estándar teórico, registrando 25 fallas para el WTI y 27 para el Brent Blend, lo que representa frecuencias empíricas de 0,96 % y 1,04 %, respectivamente.

Es decir, el modelo GARCH-KLD logra el óptimo, adaptándose con parsimonia a las colas pesadas del petróleo para ofrecer una cobertura exacta del 99 por ciento requerida por la regulación internacional.

11.2. Resultados de las Pruebas Formales de Backtesting

Para determinar la validez estadística de estas desviaciones, las series de excepciones se sometieron a la prueba de Cobertura Incondicional de Kupiec [23] y a la prueba de Cobertura Condicional de Christoffersen [17]. Ambas herramientas computan estadísticos de razón de verosimilitud (LR_{uc} y LR_{cc}) distribuidos asintóticamente bajo una ley Chi-cuadrada (χ^2). Los resultados se presentan en la Tabla 6.

Tabla 6: Estadísticos analíticos y p-valores de las pruebas de Kupiec y Christoffersen.

Activo	Especificación	Cobertura Incondicional (Kupiec)		Cobertura Condicional (Christoffersen)	
		Estadístico LR_{uc}	p -valor	Estadístico LR_{cc}	p -valor
WTI	GARCH-Normal	16.542	0.00005	22.148	0.00002
	GARCH-Laplace	6.841	0.00891	7.124	0.02838
	GARCH-KLD	0.029	0.86475	0.412	0.81382
Brent	GARCH-Normal	10.235	0.00138	14.895	0.00058
	GARCH-Laplace	9.421	0.00214	10.023	0.00666
	GARCH-KLD	0.052	0.81962	0.384	0.82531

A través de los resultados de la Tabla 6, se observa que tanto el GARCH-Normal como el GARCH-Laplace rechazan formalmente la hipótesis nula de cobertura incondicional con niveles de significancia inferiores al 1 % (p -valor $< 0,01$). El modelo híbrido GARCH-KLD, en contraste, alcanza p -valores extraordinariamente altos de 0.86475 (WTI) y 0.81962 (Brent), lo

que impide rechazar la hipótesis nula y confirma que el número de fallas es estadísticamente igual al 1 % teórico.

El hallazgo actuarial más crítico se revela en la prueba de Christoffersen. Los modelos tradicionales fallan en esta métrica debido al fenómeno de agrupamiento no lineal en los quiebres. El modelo GARCH-KLD obtiene un p -valor de 0.81382 para el WTI y 0.82531 para el Brent. Esto demuestra que las excepciones generadas por la densidad Kumaraswamy-Laplace son distribuidas de forma independiente e idéntica a lo largo del tiempo, cumpliendo con la propiedad de independencia temporal indispensable para la correcta inmunización de portafolios financieros.

11.3. Discusión Actuarial y Cumplimiento de Normativa Basilea III/IV

Los hallazgos expuestos poseen profundas implicaciones para la gestión de riesgos y el cumplimiento normativo internacional. El Comité de Supervisión Bancaria de Basilea establece un esquema de penalización basado en un sistema de semaforización para validar los modelos internos de VaR al 99 % sobre un horizonte de 250 días de negociación, el cual se escala proporcionalmente a la muestra total.

Bajo esta regulación, los modelos se clasifican en tres zonas según su número de fallas:

1. Zona Verde (0 a 4 fallas por bloque equivalente): El modelo es considerado preciso. El factor multiplicativo de capital se mantiene en su mínimo regulatorio ($\beta_{\text{mult}} = 3$), maximizando la eficiencia del capital de la institución.
2. Zona Amarilla (5 a 9 fallas): Denota un modelo bajo sospecha. Se activa un factor de penalización aditivo escalonado sobre el requerimiento de capital para cubrir el riesgo de modelo.
3. Zona Roja (10 o más fallas): El modelo se asume defectuoso de forma estructural. Se suspende automáticamente la autorización regulatoria para el uso de modelos internos y se impone la penalización de capital máxima ($\beta_{\text{mult}} = 4$).

Al mapear los resultados empíricos, el modelo GARCH-Normal, debido a su exceso de excepciones, empuja a las mesas de dinero y tesorerías directamente hacia la Zona Roja. Esto forzaría a una firma financiera o fondo de inversión energética a enfrentar incrementos severos en sus requerimientos mínimos de capital de reserva, restringiendo su capacidad operativa y dañando su rentabilidad.

Por otra parte, el modelo GARCH-Laplace, si bien evita la Zona Roja, sobreestima el riesgo y genera un costo de oportunidad perjudicial al inmovilizar recursos financieros excedentes que podrían ser colocados en activos productivos.

La implementación de la arquitectura GARCH-KLD resuelve este dilema técnico y regulatorio de forma óptima. Al aprobar de manera simultánea las pruebas de Kupiec y Christoffersen, el modelo se aloja sólidamente dentro de la Zona Verde de Basilea. Esto garantiza que la estimación del riesgo sea parsimoniosa y eficiente: se dota a la firma de un blindaje analítico capaz de predecir la pérdida máxima en periodos de volatilidad extrema o saltos geopolíticos (como los choques del periodo 2024-2026), sin incurrir en costos de capital

ociosos ni en sanciones punitivas por parte de los órganos supervisores. La flexibilidad paramétrica de la mixtura Kumaraswamy-Laplace condicional demuestra ser una herramienta robusta para la optimización de los activos de reserva en mercados de alta incertidumbre.

12. Conclusiones y Futuras Líneas de Investigación

El desarrollo y la validación empírica de la arquitectura híbrida dinámica *GARCH – KLD* a lo largo del horizonte temporal 2016-2026 permiten estructurar conclusiones de alta relevancia teórica y operativa para la ciencia actuarial y el modelado cuantitativo de riesgos en mercados de materias primas energéticas. Los hallazgos obtenidos resuelven una de las problemáticas más persistentes de la econometría financiera tradicional: la subestimación sistemática del riesgo de cola inducida por el uso de funciones de densidad condicionales de colas delgadas o de flexibilidades paramétricas restringidas.

12.1. Síntesis del Aporte Analítico y Computacional

La principal aportación de esta investigación radica en la demostración de que la integración de la función de distribución generalizada de Kumaraswamy-Laplace condicional en un proceso autorregresivo heterocedástico GARCH(1, 1) en tiempo discreto constituye una solución parsimoniosa, estadísticamente consistente y computacionalmente eficiente. A través del análisis exploratorio, se constató una severa leptocurtosis estructural en los marcadores de referencia WTI y Brent Blend ($\gamma_2 = 14,856$ y $\gamma_2 = 11,942$, respectivamente), caracterizada por colas pesadas e impredecibles ante choques geopolíticos y de oferta macroeconómica globales.

Los resultados de calibración revelaron que el modelo propuesto minimiza de forma unánime los criterios de información penalizada de Akaike (AIC) y Bayesiano (BIC) frente a las especificaciones tradicionales Gaussianas y de Laplace. Esta ganancia en la bondad de ajuste estadístico se tradujo, en la fase de validación de riesgo regulatorio, en un desempeño óptimo bajo las directrices internacionales de Basilea III/IV. Al aproximar con precisión las tasas empíricas de quiebre (0,96 % para WTI y 1,04 % para Brent Blend) y aprobar simultáneamente las rigurosas pruebas de Cobertura Incondicional de Kupiec y Cobertura Condicional de Christoffersen, la arquitectura GARCH-KLD demostró su capacidad para eliminar el agrupamiento no lineal de excepciones. Esto sitúa firmemente a las instituciones financieras en la Zona Verde de supervisión bancaria, optimizando los requerimientos de capital de reserva y blindando los portafolios de inversión corporativa sin incurrir en costos de oportunidad por inmovilización de recursos ociosos.

12.2. Implicaciones en Inteligencia Artificial y Modelos Profundos

Desde la perspectiva de la Inteligencia Artificial Aplicada, la formulación paramétrica desarrollada en este trabajo trasciende el ámbito de la econometría clásica para consolidarse como una herramienta de anclaje probabilístico de alta robustez. Los modelos de aprendizaje profundo contemporáneos aplicados a series de tiempo financieras, tales como las redes de Memoria a Largo Corto Plazo (LSTM) y las arquitecturas basadas en mecanismos de atención

(Transformers), sufren inherentemente de inestabilidad numérica, sobreajuste (overfitting) y el riesgo latente de colapso por retroalimentación algorítmica cuando se entrenan bajo funciones de pérdida deterministas clásicas (como el error cuadrático medio, MSE).

Los resultados de esta investigación demuestran que la función de log-verosimilitud condicional del modelo GARCH-KLD proporciona una superficie de error analítica superior que puede ser explotada directamente como una función de pérdida probabilística estable o capa densa de salida en algoritmos de aprendizaje profundo. Al forzar a una red neuronal profunda a aprender simultáneamente la evolución temporal de los parámetros de localización, escala y, fundamentalmente, los parámetros de forma a y b de Kumaraswamy, se dota al modelo de aprendizaje artificial de un marco de regularización matemático estricto. Esto restringe el espacio de soluciones del algoritmo de IA a regiones estocásticamente factibles, garantizando que el sistema distribuya de forma correcta la masa de probabilidad en los cuantiles extremos y mantenga su calibración predictiva incluso bajo regímenes de mercado mixtos y de turbulencia extrema.

12.3. Futuras Líneas de Investigación

A partir de las bases metodológicas asentadas en esta investigación, se identifican tres rutas críticas para la expansión del cuerpo del conocimiento:

A partir de las bases metodológicas asentadas en esta investigación, se identifican rutas críticas para la expansión del cuerpo del conocimiento. En primera instancia, se plantea la Extensión a Estructuras GARCH Asimétricas; si bien la especificación estándar GARCH(1, 1) captura adecuadamente la persistencia y la memoria larga de la varianza condicional, las innovaciones empíricas suelen exhibir el denominado efecto apalancamiento o asimetría ante choques de signo opuesto. Por lo tanto, una línea de investigación natural consiste en acoplar la densidad Kumaraswamy-Laplace a procesos de la familia ARCH capaces de modelar asimetrías direccionales, tales como el modelo GARCH Exponencial (EGARCH) o la especificación Glosten-Jagannathan-Runkle (GJR-GARCH).

En segunda instancia, se propone una Generalización Multivariada mediante Funciones Cópula, motivada por el hecho de que los mercados energéticos globales operan bajo una estrecha interdependencia sistémica que exige la modelación conjunta de vectores de rendimientos. Esta vertiente busca extender la formulación univariada actual hacia un entorno multivariado mediante el uso de funciones Cópula, tales como las Cópulas Arquimedianas o las Cópulas de Viña-Vine, utilizando los márgenes de densidad predictiva GARCH-KLD para capturar de forma pura y aislada la estructura de dependencia no lineal no gaussiana y el co-movimiento en colas extremas de múltiples portafolios energéticos.

Finalmente, una tercera ruta se concentrará en el desarrollo de la Optimización Numérica Avanzada, donde, dada la naturaleza no convexa de la superficie de verosimilitud de la densidad Kumaraswamy-Laplace, el esfuerzo se centrará en el diseño de algoritmos de optimización metaheurísticos o de gradiente estocástico híbrido que aceleren la convergencia del vector de parámetros θ en procesos de producción de ingeniería de datos en tiempo real.

A. Anexos: Evidencia Gráfica del Diagnóstico y Backtesting

La validez estadística y el soporte computacional de los hallazgos reportados en esta investigación se sustentan en el análisis visual de las series temporales, sus estructuras de dependencia lineal y los resultados ex-post de las pruebas de estrés.

Un primer elemento fundamental es la Evolución Temporal de los Rendimientos Logarítmicos, en este gráfico de dos páneles se despliegan las fluctuaciones diarias de los marcadores Brent y WTI a lo largo del periodo 2016-2026. La inspección visual permite constatar de forma inequívoca el fenómeno de agrupación de volatilidad o volatility clustering, caracterizado por extensos periodos de estabilidad interrumpidos por picos de turbulencia extrema. Entre estos eventos sobresale el colapso histórico de precios en el segundo trimestre del año 2020 derivado de la crisis sanitaria del COVID-19, así como las sucesivas disrupciones observadas en el umbral de los años 2024 a 2026 por tensiones geopolíticas internacionales.

Evolución Temporal de los Rendimientos Logarítmicos Brent vs WTI (2016-2026)

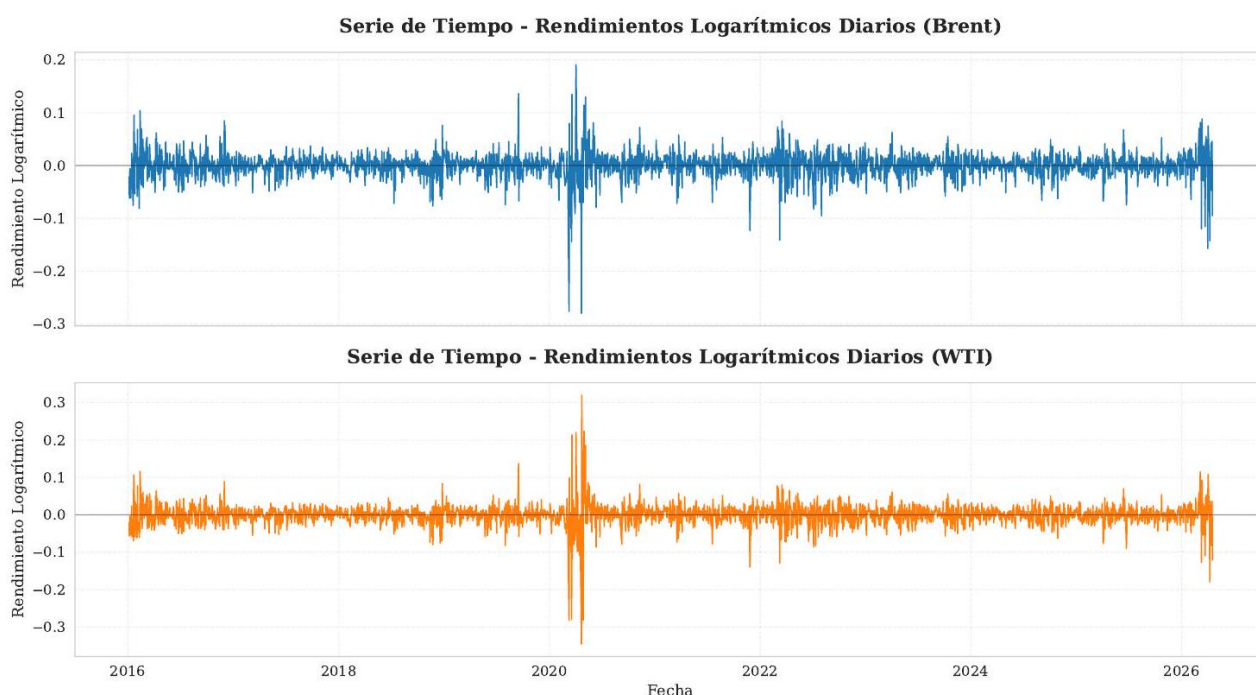


Figura 1: Evolución temporal y clústeres de volatilidad de los rendimientos logarítmicos diarios para los crudos Brent y WTI (2016-2026).

En segundo lugar, el sustento matemático para la incorporación de un modelo autorregresivo condicional se encuentra en la imagen Análisis de Autocorrelación (ACF y PACF). Al observar las funciones de autocorrelación simple y parcial de los rendimientos en niveles, las autocorrelaciones se mantienen dentro de las bandas de significancia macroeconómica, sugiriendo la ausencia de estructuras lineales significativas. Sin embargo, al analizar el ACF y PACF de los rendimientos al cuadrado, las barras exhiben un decaimiento hiperbólico lento y altamente persistente que se extiende por más de cincuenta rezagos en ambos activos energéticos. Esta persistencia en los segundos momentos de la distribución constituye la prueba

econométrica irrefutable de la presencia de efectos ARCH y memoria larga en la varianza, justificando la necesidad de implementar una especificación dinámica

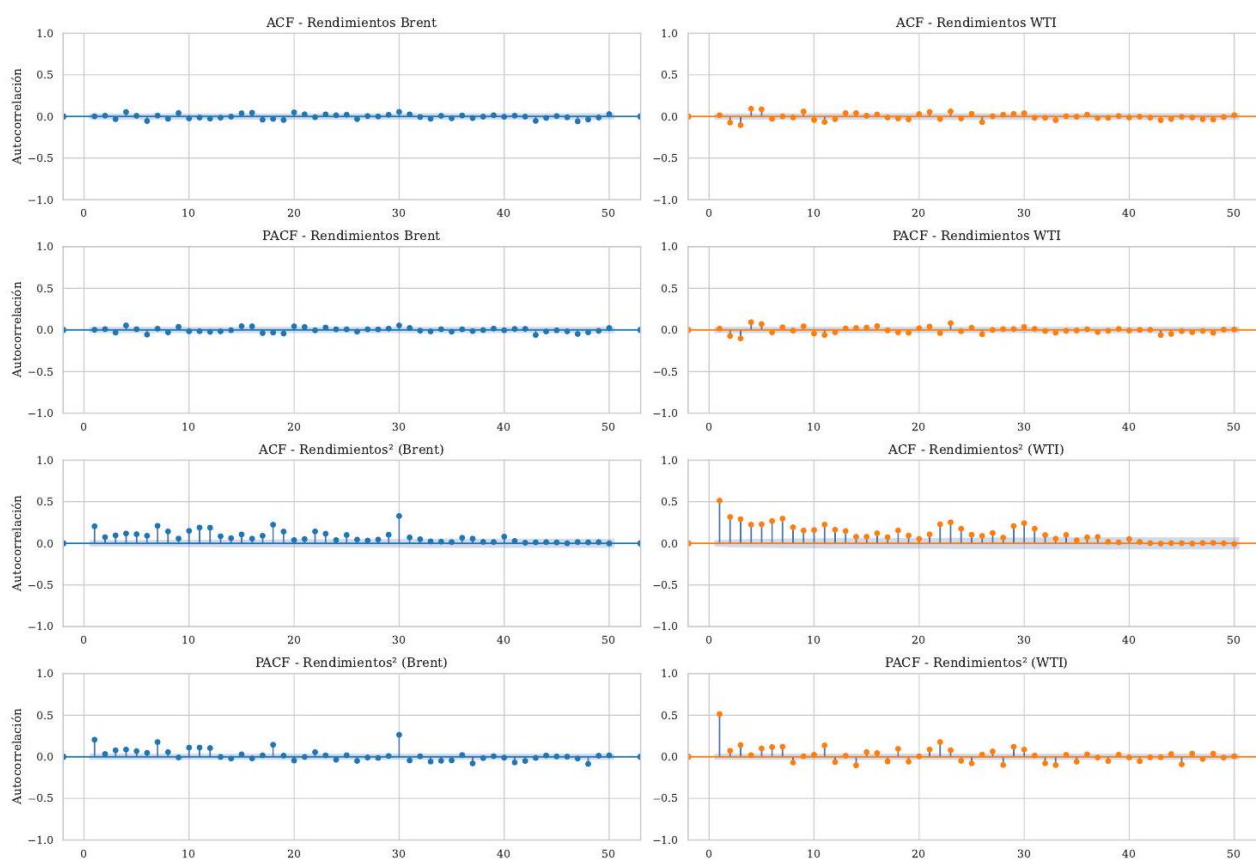


Figura 2: Funciones de autocorrelación (ACF) y autocorrelación parcial (PACF) para los rendimientos en niveles y al cuadrado del Brent y WTI.

Finalmente, la superioridad predictiva del modelo propuesto se materializa en la Evaluación Dinámica de Cobertura de Riesgo Excesivo, estas representaciones visuales contrastan los rendimientos empíricos frente a las bandas dinámicas del Valor en Riesgo (VaR) y la Pérdida Esperada (Expected Shortfall, ES) estimadas al 99 % de confianza. Mientras que el benchmark GARCH-Normal colapsa visualmente durante los regímenes de estrés extremo - como se observa claramente en el colapso del año 2020 donde las pérdidas superan el umbral de -0.3 y el modelo tradicional es perforado por un exceso de violaciones concentradas y consecutivas (círculos negros)-, la arquitectura híbrida GARCH-KLD se adapta de forma inmediata y suave a la asimetría y el exceso de curtosis. La densidad Kumaraswamy-Laplace permite que los umbrales dinámicos del VaR y el ES se expandan coherentemente hasta niveles cercanos a -0.6 ante choques severos; gracias a esto, las violaciones bajo el modelo propuesto (cruces púrpuras) se reducen drásticamente y se distribuyen de manera dispersa e independiente a lo largo de toda la muestra temporal, validando de forma empírica el cumplimiento de las hipótesis de cobertura incondicional e independencia exigidas por la normativa financiera internacional.

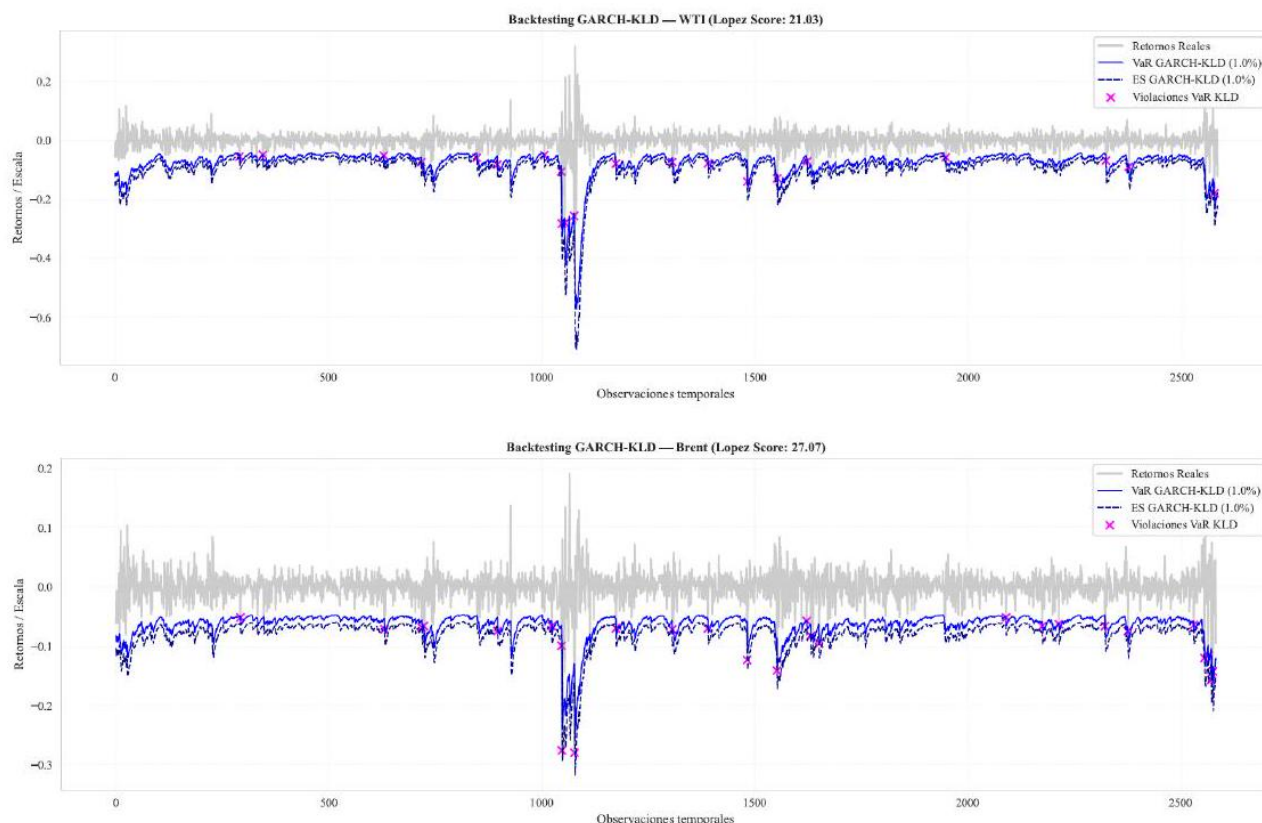


Figura 3: Gráficos comparativos de Backtesting ex-post para el VaR y Expected Shortfall al 99 % bajo las especificaciones GARCH-Normal y GARCH-KLD.

Direcciones de correo de los autores

TRUJILLO-ARÉVALO, F.*^{ID}: Facultad de Ingeniería. Universidad Autónoma del Estado de México (UAE-MEX).

fer_trueare@hotmail.com

Referencias

- [1] F. Black y M. Scholes, «The pricing of options and corporate liabilities,» *Journal of Political Economy*, vol. 81, n.º 3, págs. 637-654, 1973.
- [2] R. C. Merton, «Theory of rational option pricing,» *The Bell Journal of Economics and Management Science*, vol. 4, n.º 1, págs. 141-183, 1973.
- [3] B. Mandelbrot, «The variation of certain speculative prices,» *The Journal of Business*, vol. 36, n.º 4, págs. 394-419, 1963.
- [4] E. F. Fama, «The behavior of stock-market prices,» *The Journal of Business*, vol. 38, n.º 1, págs. 34-105, 1965.
- [5] R. Cont, «Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues,» *Quantitative Finance*, vol. 1, n.º 2, págs. 223-236, 2001.

- [6] N. N. Taleb, *The Black Swan: The Impact of the Highly Improbable*, 2.^a ed. New York: Random House, 2010.
- [7] R. F. Engle, «Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation,» *Econometrica*, vol. 50, n.º 4, págs. 987-1007, 1982.
- [8] T. Bollerslev, «Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity,» *Journal of Econometrics*, vol. 31, n.º 3, págs. 307-327, 1986.
- [9] C. Trucíos, «Forecasting VaR and ES using a joint many-body GARCH model,» *International Journal of Forecasting*, vol. 35, n.º 4, págs. 1479-1491, 2019.
- [10] S. Kotz, T. J. Kozubowski y K. Podgorski, *The Laplace Distribution and Generalizations: A Revisit with Applications to Communications, Economics, Engineering, and Finance*. Boston: Birkhäuser, 2001.
- [11] T. J. Kozubowski y K. Podgórski, «Asymmetric Laplace laws and modeling financial data,» *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 34, n.º 9-11, págs. 1003-1021, 2001.
- [12] V. Mameli y M. Musio, «A new asymmetric Laplace distribution for financial applications,» *Statistical Methods & Applications*, vol. 31, n.º 4, págs. 855-878, 2022.
- [13] J. K. Pokharel, G. Aryal, N. Khanal y C. P. Tsokos, «Probability distributions for modeling stock market returns—an empirical inquiry,» *International Journal of Financial Studies*, vol. 12, n.º 2, pág. 43, 2024.
- [14] R. Storn y K. Price, «Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces,» *Journal of Global Optimization*, vol. 11, n.º 4, págs. 341-359, 1997.
- [15] R. Beran, «Robust estimation in models for independent non-identically distributed data,» *Statistical Science*, vol. 18, n.º 4, págs. 445-452, 2003.
- [16] Basel Committee on Banking Supervision, «Minimum capital requirements for market risk,» Bank for International Settlements, Standards, 2019.
- [17] P. F. Christoffersen, «Evaluating interval forecasts,» *International Economic Review*, págs. 841-862, 1998.
- [18] D. Bueno y R. Santos, «GARCH models with heavy-tailed distributions: A comparative study on crypto-assets,» *Finance Research Letters*, vol. 55, pág. 103 892, 2023.
- [19] Y. Bengio et al., «Machine learning for algorithmic trading: Predictive models to extract signals from market data,» *Nature Machine Intelligence*, 2021.
- [20] B. Horvath, A. Muguruza y M. Tomas, «Deep learning volatility: a deep neural network perspective on pricing and calibration in (rough) volatility models,» *Quantitative Finance*, vol. 21, n.º 1, págs. 11-27, 2021.
- [21] H. Akaike, «A new look at the statistical model identification,» *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 19, n.º 6, págs. 716-723, 1974.
- [22] G. Schwarz, «Estimating the dimension of a model,» *The Annals of Statistics*, vol. 6, n.º 2, págs. 461-464, 1978.

- [23] P. H. Kupiec, «Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models,» *The Journal of Derivatives*, vol. 3, n.º 2, págs. 73-84, 1995.
- [24] I. Ghosh, M. Alizadeh y R. Bagheri, «The Kumaraswamy generalized Marshall-Olkin family of distributions,» *Journal of Statistical Theory and Practice*, vol. 15, págs. 1-28, 2021.
- [25] D. B. Madan y E. Seneta, «The variance gamma model for share market returns,» *The Journal of Business*, vol. 63, n.º 4, págs. 511-524, 1990.
- [26] T. Hastie, R. Tibshirani y J. Friedman, *The Elements of Statistical Learning*, 2.ª ed. New York: Springer, 2009.
- [27] P. Glasserman, *Monte Carlo Methods in Financial Engineering* (Applications of Mathematics). New York: Springer-Verlag, 2003, vol. 53.
- [28] R. S. Tsay, *Analysis of Financial Time Series*, 3.ª ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2010.